

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО.

8 класс. Геометрия–2. 31 мая 2009.

1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $BC = CD$, $\angle ABD = 30^\circ$ и $\angle ADC = 2\angle ABC$. Серединный перпендикуляр к BD пересекает сторону AB в точке M . Докажите, что $AM = CM$.
2. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CT . На сторонах AC и BC построены прямоугольные треугольники ACD и CBE с прямыми углами при вершинах A и B такие, что $AD = BT$ и $BE = AT$. Докажите, что $CD = CE$.
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , $AO = BO$, $BC = CD$, $AC = OD$. Найдите угол BAC .
4. В треугольнике ABC $\angle A = 2\angle C$. На стороне AB выбрана точка M такая, что $AM = AC$. Оказалось, что $CM = AB$. Найдите углы треугольника ABC .
5. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон BC и AC соответственно. Точка P внутри треугольника такова, что $\angle BAP = \angle PCA = \angle MAC$. Докажите, что $\angle PNA = \angle AMB$.
6. Точка K — середина высоты остроугольного треугольника ABC , опущенной на основание BC . На отрезке BK нашлась такая точка L , что $\angle BCL = \angle LBA$ и $\angle CLA = 90^\circ$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
7. Все стороны выпуклого шестиугольника равны 1. Докажите, что одна из его главных диагоналей не превосходит 2.
8. На продолжении стороны BC треугольника ABC за точку B отмечена точка D таким образом, что $BD = BA$. Точка M — середина стороны AC . Биссектриса угла ABC пересекает прямую DM в точке P . Докажите, что $\angle BAP = \angle ACB$.